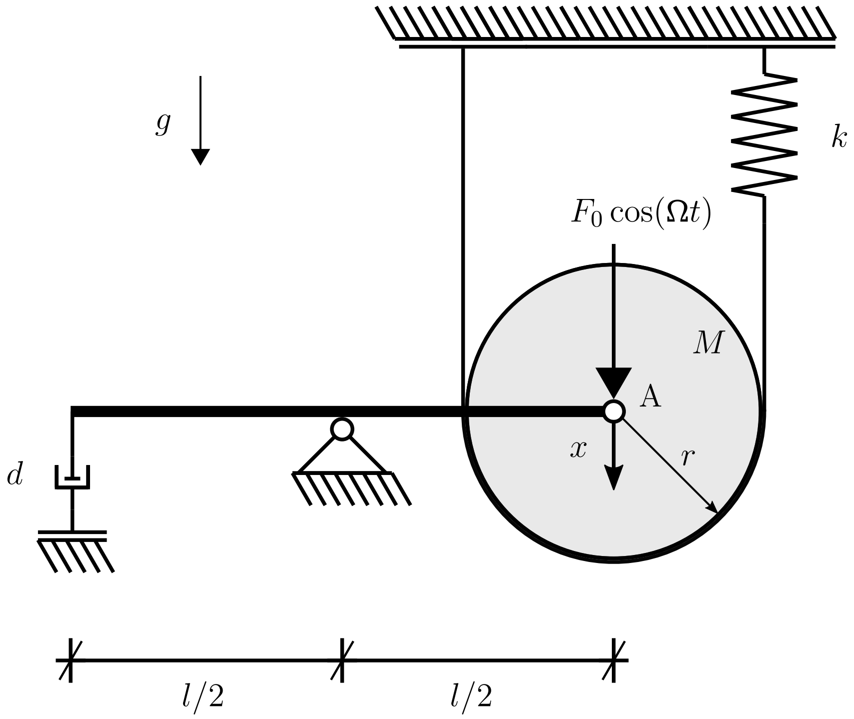
Aufgabe 1 [21 Punkte]



Eine homogene Scheibe (Masse M, Radius r) ist in A drehbar an einem masselosen, starren Balken befestigt. An dessen anderem Ende befindet sich ein Dämpfer mit der Dämpfungskonstante d. Über die Scheibe wird ein masseloses, dehnstarres Seil geführt, an dessen Ende sich eine Feder mit der Federkonstanten k befindet. Rutschen zwischen Seil und Scheibe ist ausgeschlossen.

Die dargestellte Lage zeigt die Ruhelage des Systems, welches durch eine Einzellast $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$ in A angeregt wird.

Berechnen Sie:

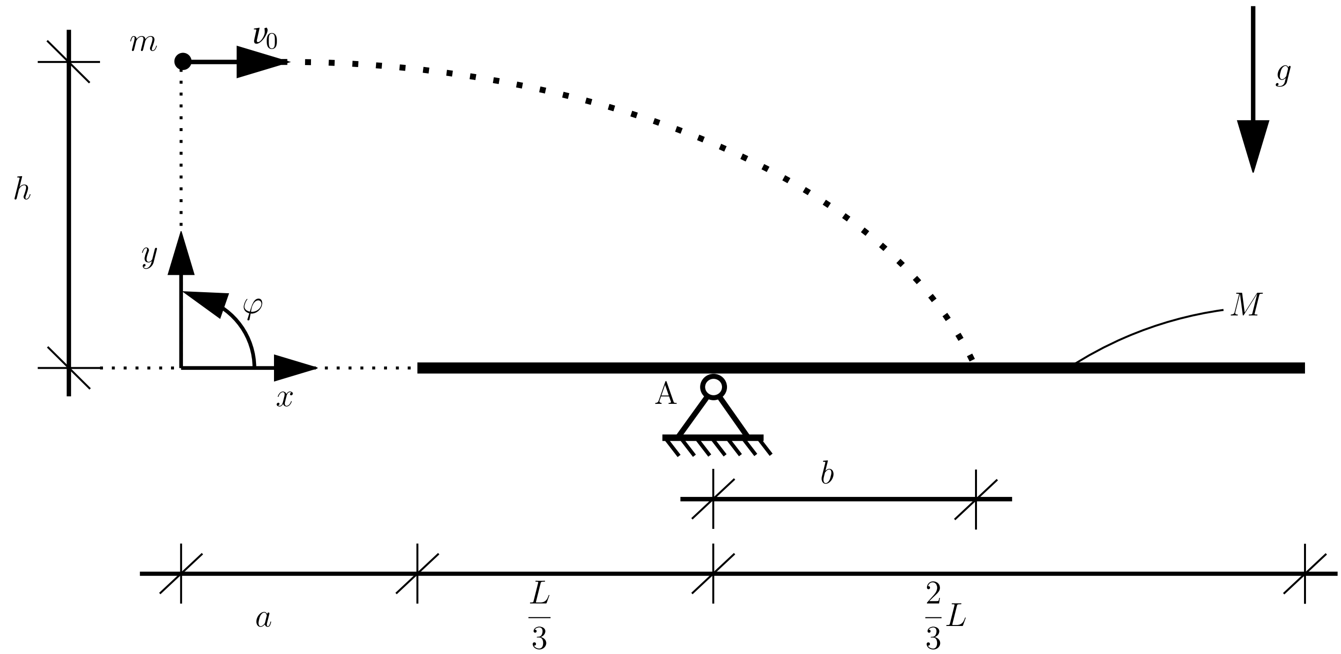
a) die Bewegungsgleichung des Systems bezüglich der Koordinate x um die Ruhelage unter der Annahme kleiner Verschiebungen.

b) die Eigenkreisfrequenz ω der ungedämpften Schwingung und den Abklingkoeffizienten δ.

c) x(t) im eingeschwungenen Zustand für $\Omega = \omega$ in Abhängigkeit von den gegebenen Größen.

Gegeben: M, l, r, k, d, Ω, F_0, g

Aufgabe 2 [26 Punkte]



Eine Punktmasse (Masse m) wird aus der Höhe h horizontal mit der Geschwindigkeit v_0 im Erdschwerefeld losgeworfen. Am Ende des Wurfs stößt die Punktmasse auf einen homogenen, starren Stab (Masse $M = 5m$, Länge L). Zum Zeitpunkt des Stoßes befindet sich der Stab in Ruhe. Die Stoßzahl ist e. Der Stoß ist glatt.

a) Berechnen Sie die Entfernung b des Aufschlagpunkts der Punktmasse m vom Lagerpunkt A des Stabs.

Nehmen Sie für die folgenden Aufgabenteile zusätzlich $b = \frac{1}{3}L$ und für die y-Komponente der Geschwindigkeit der Punktmasse unmittelbar vor dem Stoß $v_{my} = -v_1$ als gegeben an.

b) Berechnen Sie die y-Komponente $\bar{v}_{my}$ der Geschwindigkeit der Punktmasse unmittelbar nach dem Stoß und die Winkelgeschwindigkeit $\bar{\omega}$ des Stabs unmittelbar nach dem Stoß.

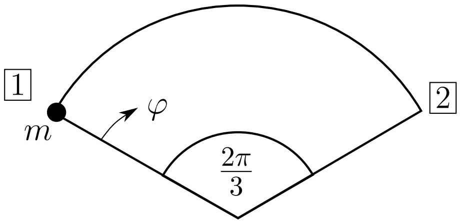
Hinweis: Beachten Sie das gegebene Koordinatensystem, insbesondere für die Vorzeichen.

c) Berechnen Sie den Stoß $\hat{A}$, den das Lager A erfährt.

Gegeben: m, $M = 5m$, a, L, h, e, v_0, v_1, g

Kurzfrage 1 [6 Punkte]

Eine Punktmasse m bewegt sich entlang eines Kreisbogens von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. Die anfängliche Winkelgeschwindigkeit ist ω_0. Die Anfangskoordinate beträgt $\varphi(t = 0) = 0$. Die Bewegungsgleichung ist durch den Zusammenhang $\ddot{\varphi} = k\dot{\varphi}$ gegeben, wobei k einen konstanten Faktor darstellt.



Gegeben: m, k, ω_0, $\varphi(t = 0) = 0$

a) Geben Sie die Funktion $\varphi(t)$ an, welche die aktuelle Position der Punktmasse beschreibt.

$\varphi(t) =$

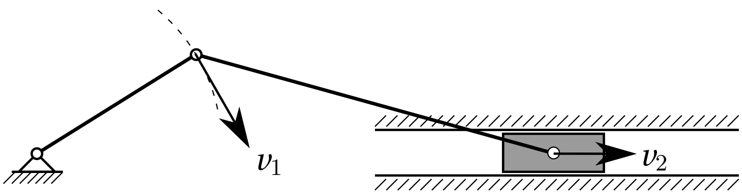
b) Berechnen Sie den Zeitpunkt t^*, zu welchem die Punktmasse den Punkt $\boxed{2}$ erreicht.

$t^* =$

Hinweis: $$\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\Big[\ln(ax+b)\Big]$$

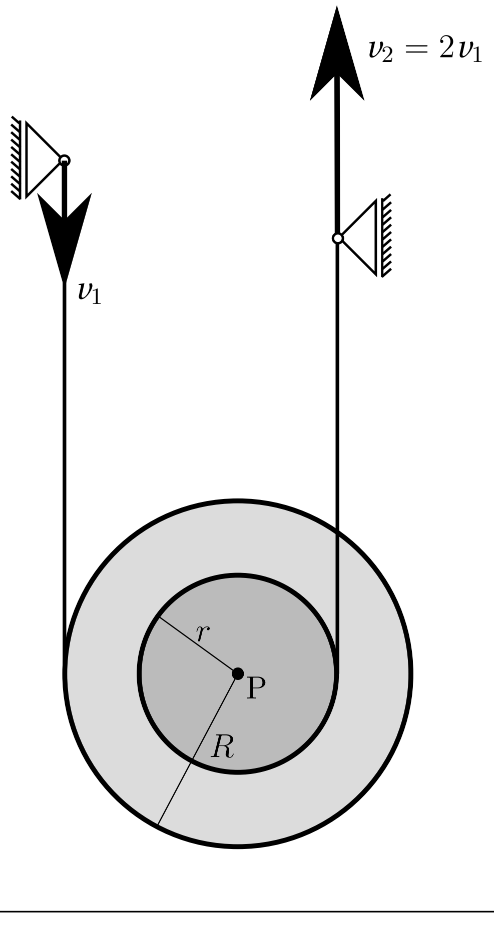
Kurzfrage 2 [6 Punkte]

a) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols des rechten Stabs.



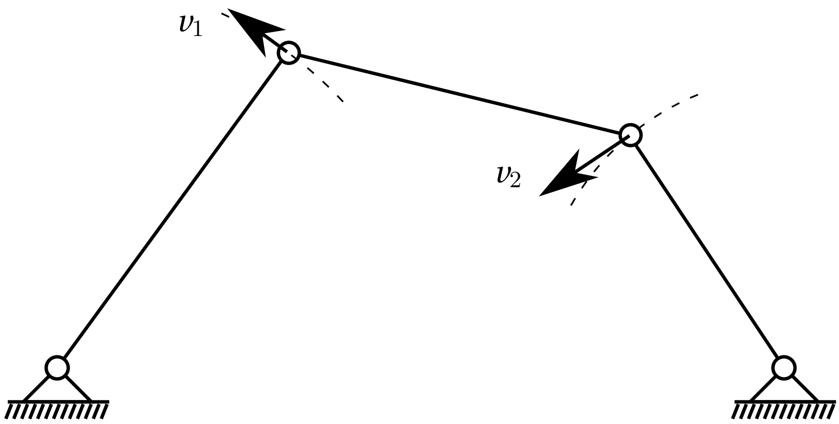
b) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols der Stufenwalze mit den Radien R und r. Zeichnen Sie darüber hinaus den Geschwindigkeitsvektor des Punktes $\boxed{\text{P}}$ ein und geben Sie dessen Betrag in Abhängigkeit von v_1, R und r an.

Gegeben: R, r, v_1



$v_P =$

c) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols des mittleren Stabs.

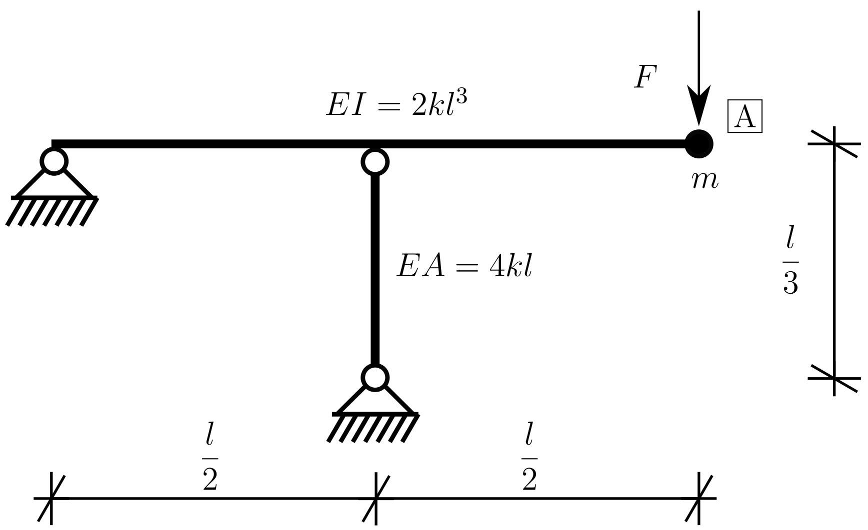


Kurzfrage 3 [6 Punkte]

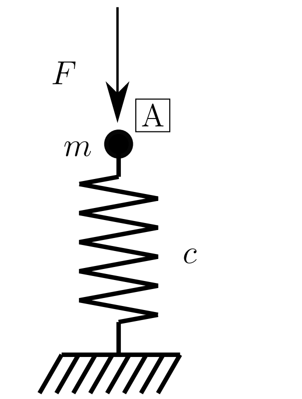
Berechnen Sie die Ersatzfedersteifigkeit c des Systems bezüglich einer vertikalen Verschiebung im Punkt $\boxed{A}$ in Abhängigkeit von k und tragen Sie diese in das unten stehende Kästchen ein. Der Stab hat die konstante Dehnsteifigkeit $EA = 4kl$ und der Balken die konstante Biegesteifigkeit $EI = 2kl^3$.

Gegeben: l, k, $EA = 4kl$, $EI = 2kl^3$, $GA_S = \infty$

Ausgangssystem:



Ersatzsystem:



$c =$

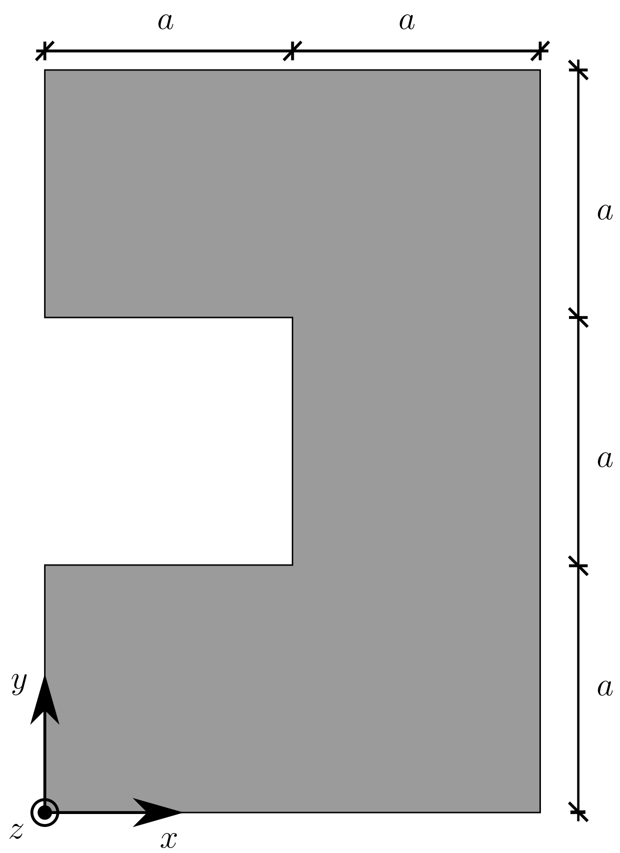
$\int_0^s M_i M_k dx$

M_k / M_i	k s k	k s	k s	k_1 s k_2
1 i i	sik	$\frac{1}{2}sik$	$\frac{1}{2}sik$	$\frac{1}{2}si(k_1+k_2)$
2 i	$\frac{1}{2}sik$	$\frac{1}{3}sik$	$\frac{1}{6}sik$	$\frac{1}{6}si(k_1+2k_2)$
3 i_1 i_2	$\frac{1}{2}s(i_1+i_2)k$	$\frac{1}{6}s(i_1+2i_2)k$	$\frac{1}{6}s(2i_1+i_2)k$	$\frac{1}{6}s(2i_1k_1 + 2i_2k_2 + i_1k_2 + i_2k_1)$
quadratisch 4 i	$\frac{2}{3}sik$	$\frac{1}{3}sik$	$\frac{1}{3}sik$	$\frac{1}{3}si(k_1+k_2)$

Kurzfrage 4 [7 Punkte]

Gegeben ist der dargestellte homogene Körper mit der Masse m. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment bezüglich der z-Achse.

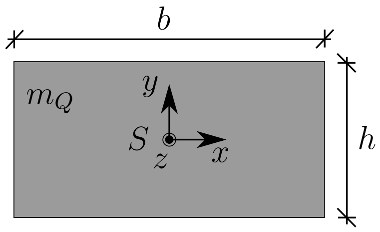
Gegeben: a, m



$\Theta_z =$

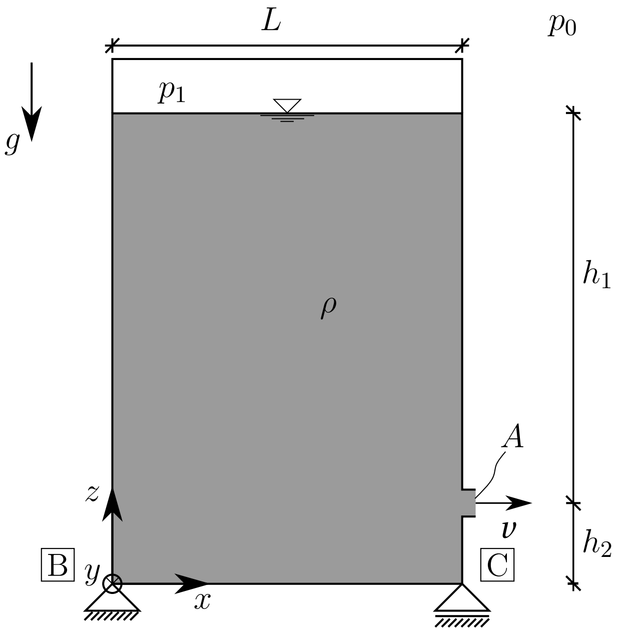
Hinweis:

Für einen Quader mit der Breite b und der Höhe h sowie der Masse m_Q gilt für das auf den Schwerpunkt S bezogene Massenträgheitsmoment $\Theta_z = \frac{1}{12} m_Q (b^2 + h^2)$.



Kurzfrage 5 [8 Punkte]

Ein geschlossener Behälter (näherungsweise gewichtslos) mit der Grundfläche L^2 und einem Ausfluss mit Querschnittsfläche $A \ll L^2$ ist mit einer idealen Flüssigkeit der Dichte ρ gefüllt. Über der freien Oberfläche herrscht der Druck p_1. Der Außendruck beträgt p_0.



Gegeben: h_1, h_2, L, A, ρ, p_0, p_1, g

Berechnen Sie:

a) die Ausflussgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}$.

$\boldsymbol{v} =$

b) die resultierende horizontale Lagerkraft B_x im Punkt $\boxed{\text{B}}$.

$B_x =$

c) den Innendruck p_B am Boden des Behälters.

$p_B =$

d) die resultierenden vertikalen Lagerkräfte B_z und C_z in den Punkten $\boxed{\text{B}}$ und $\boxed{\text{C}}$.

$B_z =$	$C_z =$