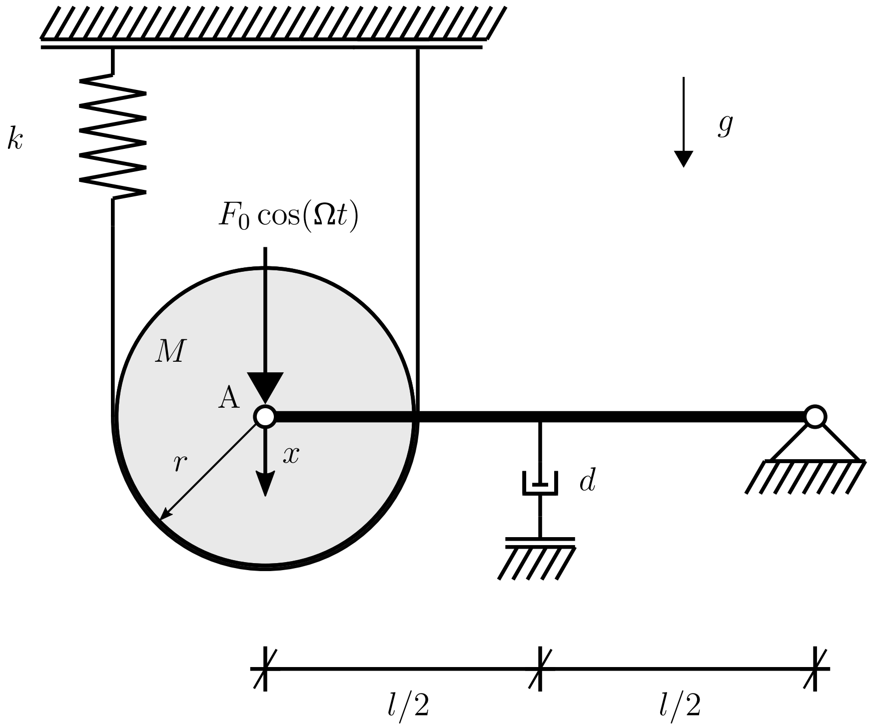
Aufgabe 1 [21 Punkte]



Eine homogene Scheibe (Masse M, Radius r) ist in A drehbar an einem massenlosen, starren Balken befestigt. In dessen Mitte befindet sich ein Dämpfer mit der Dämpfungskonstante d. Über die Scheibe wird ein masseloses, dehnstarres Seil geführt, an dessen Ende sich eine Feder mit der Federkonstanten k befindet. Rutschen zwischen Seil und Scheibe ist ausgeschlossen.

Die dargestellte Lage zeigt die Ruhelage des Systems, welches durch eine Einzellast $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$ in A angeregt wird.

Berechnen Sie:

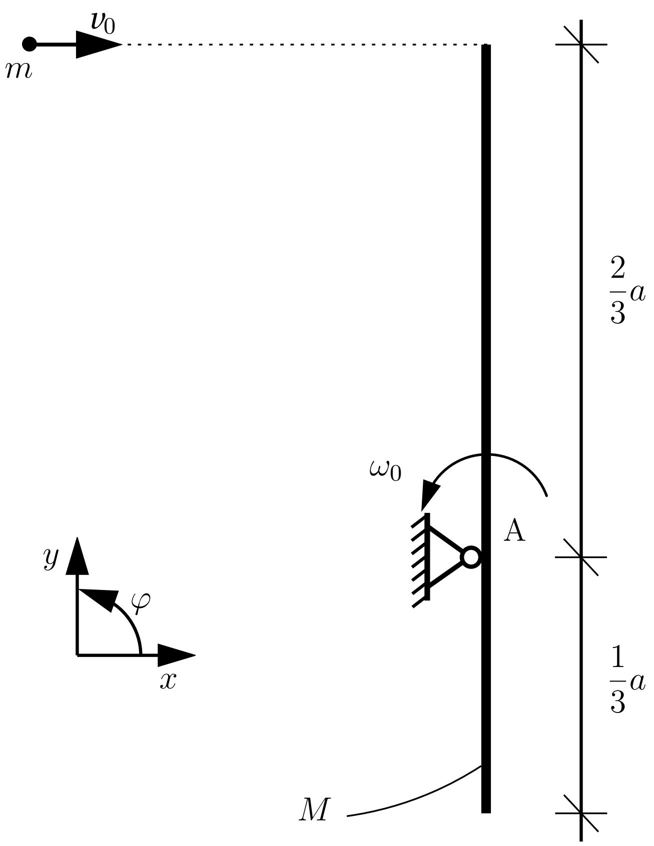
a) die Bewegungsgleichung des Systems bezüglich der Koordinate x um die Ruhelage unter der Annahme kleiner Verschiebungen.

b) die Eigenkreisfrequenz ω der ungedämpften Schwingung und den Abklingkoeffizienten δ.

c) x(t) im eingeschwungenen Zustand für $\Omega = \omega$ in Abhängigkeit von den gegebenen Größen.

Gegeben: M, l, r, k, d, Ω, F_0

Aufgabe 2 [22 Punkte]



Eine Rückschlagmaschine für Bälle besteht aus einem homogenen Stab (Masse $M = 6m$, Länge a), der mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_0 = 3\frac{\boldsymbol{v}_0}{a}$ um das Lager A rotiert. Ein Ball mit der Masse m (Punktmasse) trifft mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_0$ genau dann auf das obere Ende des Stabs, wenn sich dieser in der skizzierten vertikalen Position befindet. Die Stoßzahl ist e.

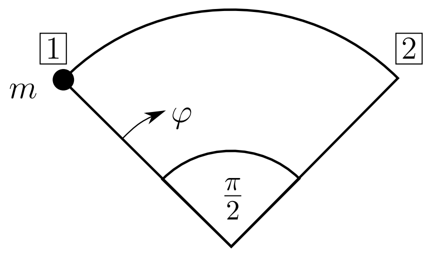
a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\bar{\boldsymbol{v}}_m$ des Balls direkt nach dem Stoß und die Winkelgeschwindigkeit $\bar{\omega}$ des Stabs direkt nach dem Stoß.

b) Berechnen Sie den Kraftstoß, den das Lager A in x-Richtung erfährt.

Gegeben: m, $M = 6m$, a, e, $\boldsymbol{v}_0$, $\omega_0 = 3\frac{\boldsymbol{v}_0}{a}$

Kurzfrage 1 [6 Punkte]

Eine Punktmasse m bewege sich entlang eines Viertelkreisbogens. Die anfängliche Winkelgeschwindigkeit sei ω_0. Die Anfangskoordinate beträgt $\varphi(t=0)=0$. Die Bewegungsgleichung sei durch den Zusammenhang $\ddot{\varphi}=k\dot{\varphi}$ gegeben, wobei k einen konstanten Faktor darstellt.



Gegeben: m, k, ω_0, $\varphi(t=0)=0$

a) Geben Sie die Funktion $\varphi(t)$ an, welche die aktuelle Position der Punktmasse beschreibt.

$\varphi(t) =$

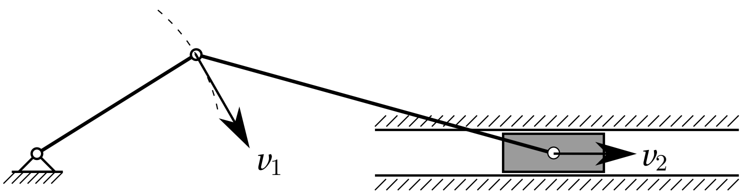
b) Berechnen Sie den Zeitpunkt t^*, zu welchem die Punktmasse den Punkt $\boxed{2}$ erreicht.

$t^* =$

Hinweis: $$\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\Big[\ln(ax+b)\Big] + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

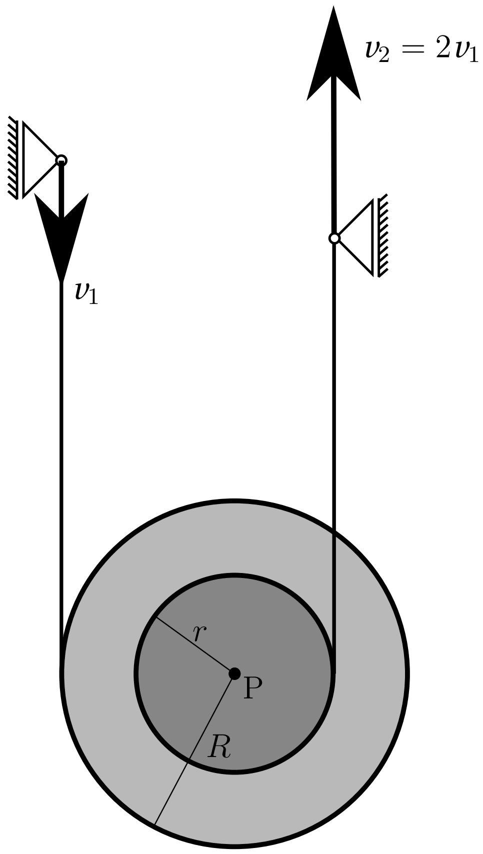
Kurzfrage 2 [6 Punkte]

a) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols des rechten Stabs.



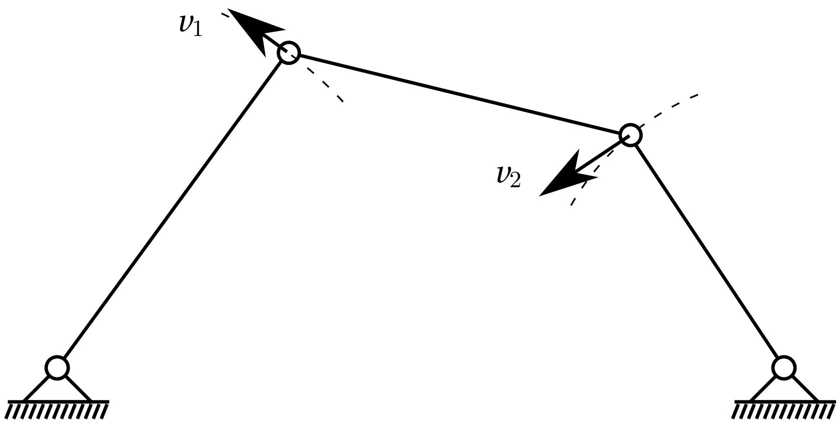
b) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols der Stufenwalze mit den Radien R und r. Zeichnen Sie darüber hinaus den Geschwindigkeitsvektor des Punktes $\boxed{\text{P}}$ ein und geben Sie dessen Betrag in Abhängigkeit von v_1, R und r an.

Gegeben: R, r, v_1



$v_P =$

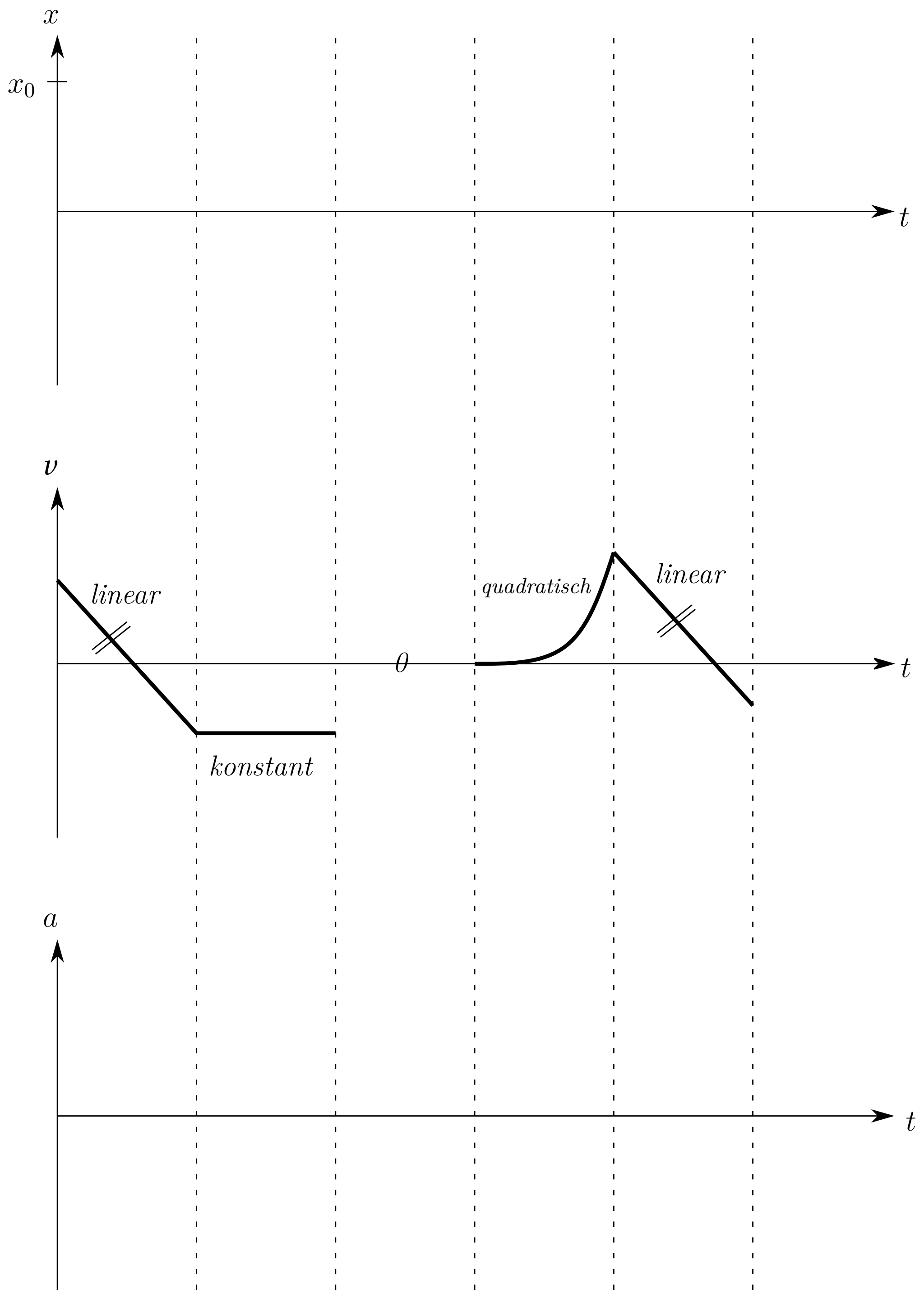
c) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols des mittleren Stabs.



Kurzfrage 3 [5 Punkte]

Gegeben ist das skizzierte Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm $\boldsymbol{v}(t)$. Skizzieren Sie qualitativ das zugehörige Weg-Zeit-Diagramm $x(t)$ und das Beschleunigungs-Zeit-Diagramm $a(t)$. Beschriften Sie zudem die Art der Verläufe (Null, konstant, linear, quadratisch, ...).

Gegeben: $x(t = 0) = x_0$

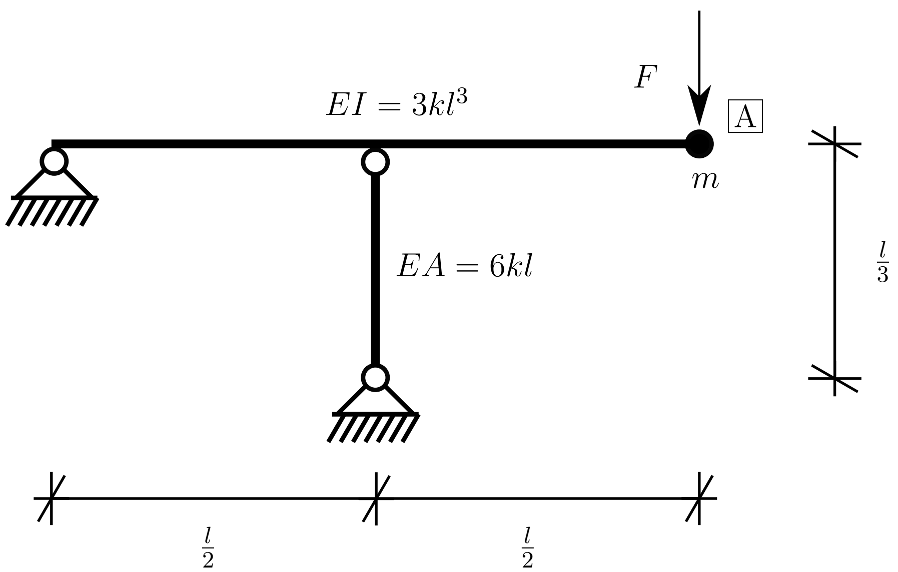


Kurzfrage 4 [5 Punkte]

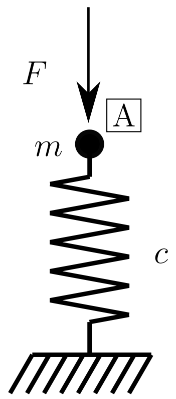
Berechnen Sie die Ersatzfedersteifigkeit c des Systems bezüglich einer vertikalen Verschiebung im Punkt $\boxed{\text{A}}$ in Abhängigkeit von k und tragen Sie diese in das unten stehende Kästchen ein. Der Stab hat die konstante Dehnsteifigkeit $EA = 6kl$ und der Balken die konstante Biegesteifigkeit $EI = 3kl^3$.

Gegeben: l, k, $EA = 6kl$, $EI = 3kl^3$, $GA_S = \infty$

Ausgangssystem:



Ersatzsystem:



$c =$

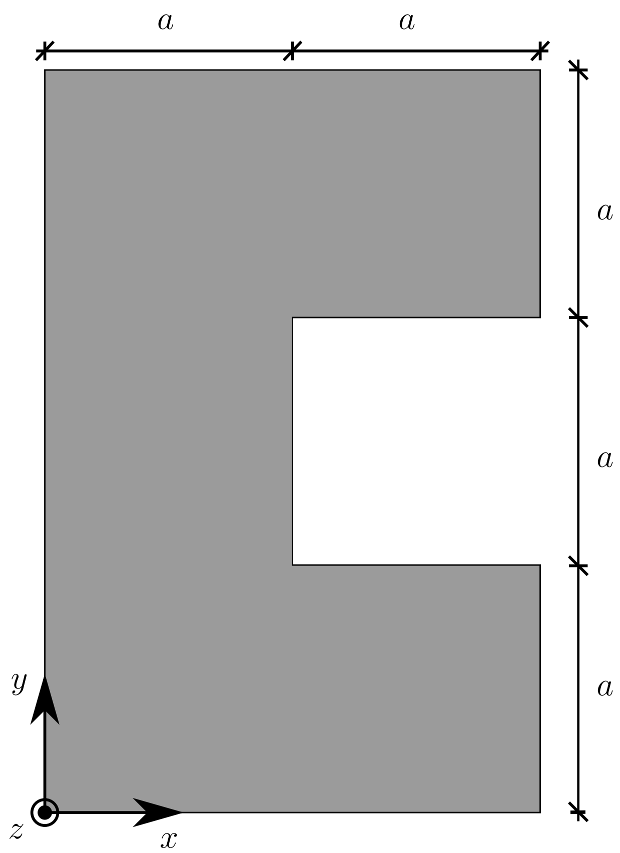
$\int_0^s M_i M_k dx$

M_i \ M_k	k s k (Rechteck)	s k (Dreieck steigend)	k s (Dreieck fallend)	k_1 s k_2 (Trapez)
1 (i Rechteck i)	sik	$\frac{1}{2} sik$	$\frac{1}{2} sik$	$\frac{1}{2} si\,(k_1+k_2)$
2 (Dreieck i)	$\frac{1}{2} sik$	$\frac{1}{3} sik$	$\frac{1}{6} sik$	$\frac{1}{6} si\,(k_1+2k_2)$
3 (i_1 Trapez i_2)	$\frac{1}{2} s\,(i_1+i_2)\,k$	$\frac{1}{6} s\,(i_1+2i_2)\,k$	$\frac{1}{6} s\,(2i_1+i_2)\,k$	$\frac{1}{6} s\,(2i_1k_1 + 2i_2k_2 + i_1k_2 + i_2k_1)$
4 quadratisch (i)	$\frac{2}{3} sik$	$\frac{1}{3} sik$	$\frac{1}{3} sik$	$\frac{1}{3} si\,(k_1+k_2)$

Kurzfrage 5 [7 Punkte]

Gegeben ist der dargestellte homogene Körper mit der Masse m. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment bezüglich der z-Achse.

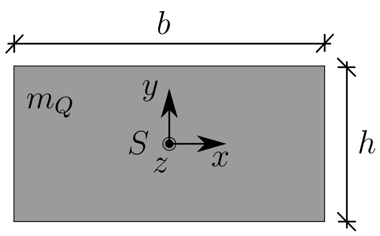
Gegeben: a, m



$\theta_z =$

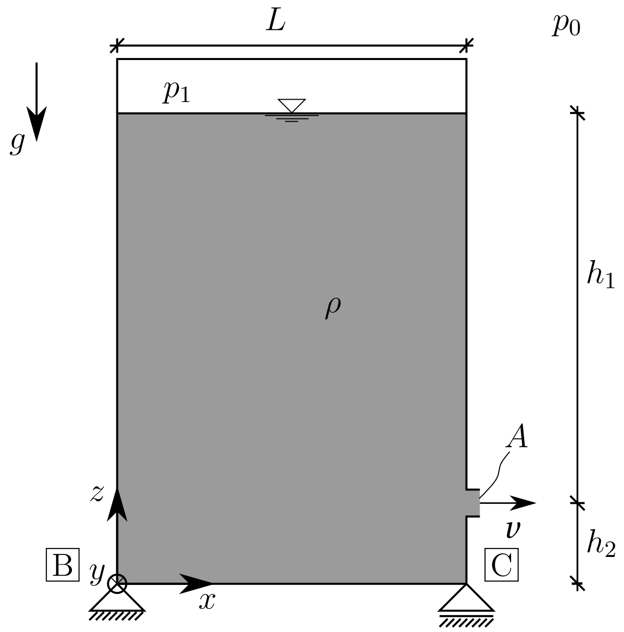
Hinweis:

Für einen Quader mit der Breite b und der Höhe h sowie der Masse m_Q gilt für das auf den Schwerpunkt S bezogene Massenträgheitsmoment $\theta_z = \frac{1}{12} m_Q (b^2 + h^2)$.



Kurzfrage 6 [8 Punkte]

Ein geschlossener Behälter (näherungsweise gewichtslos) mit der Grundfläche L^2 und einem Ausfluss mit Querschnittsfläche $A \ll L^2$ ist mit einer idealen Flüssigkeit der Dichte ρ gefüllt. Über der freien Oberfläche herrscht der Druck p_1. Der Außendruck beträgt p_0.



Gegeben: h_1, h_2, L, A, ρ, p_0, p_1, g

Berechnen Sie:

a) die Ausflussgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}$.

$\boldsymbol{v} =$

b) die resultierende horizontale Lagerkraft B_x im Punkt B.

$B_x =$

c) den Innendruck p_B am Boden des Behälters.

$p_B =$

d) die resultierenden vertikalen Lagerkräfte B_z und C_z in den Punkten B und C.

$B_z =$	$C_z =$